



Aalborg Universitet

AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

Betontilslagsmaterialers absorption bestemt ved styrkeforsøg

Forundersøgelse

Herholdt, A. D.

Publication date:
1991

Document Version
Også kaldet Forlagets PDF

[Link to publication from Aalborg University](#)

Citation for published version (APA):

Herholdt, A. D. (1991). *Betontilslagsmaterialers absorption bestemt ved styrkeforsøg: Forundersøgelse*. Aalborg Universitetsforlag. R / Inst. for Bygningsteknik, Aalborg Universitetscenter Nr. R9134

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal -

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at vbn@aub.aau.dk providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

INSTITUTTET FOR BYGNINGSTEKNIK

DEPT. OF BUILDING TECHNOLOGY AND STRUCTURAL ENGINEERING
AALBORG UNIVERSITETSCENTER • AUC • AALBORG • DANMARK

A. D. HERHOLDT

**BETONTILSLAGSMATERIALERS ABSORPTION BESTEMT VED STYR-
KEFORSØG. FORUNDERSØGELSE**

SEPTEMBER 1991

ISSN 0902-7513 R9134

RESUMÉ

Rapporten omhandler en kort, indledende forsøgsrække i et projekt, hvis grundlæggende idé er bestemmelse af tilslagsmaterialers absorption via måling af betons trykstyrke.

Forsøgsrækken er bygget op over en til formålet opstillet teoretisk model, i henhold til hvilken $\ln f_c$ afhænger lineært af V_t/C og $1/C$. De opnåede resultater tillader ikke nogen konklusion; efter alt at dømme har betonens vandindhold ikke været under tilstrækkelig kontrol.

Både sætmål og trykstyrke vil imidlertid reagere på ændringer i vandindholdet. For en beton med i øvrigt given sammensætning kan man derfor så at sige "eliminere" vandindholdet, så der fremkommer en direkte relation mellem trykstyrke og sætmål. På grundlag af en sådan teoretisk relation er foretaget en friere analyse af forsøgsresultaterne; analysen taler til gunst for projektets grundlæggende idé.

INDHOLD

PROJEKTETS IDÉ	2
Via bearbejdelsen?	2
Via trykstyrken?	3
FORSØGSOPBYGNING	4
Delmaterialer	4
Vandindhold	4
Blandingsforhold	5
Blanderecepter	5
Forsøgets formelle struktur	5
FORSØGSADFØRSEL	5
RESULTATER	7
FRIERE ANALYSE AF RESULTATERNE	9
Sætmålet i afhængighed af tilslags/cement - forhold og trykstyrke	11
Overslagsmæssig beregning af vandabsorptionen i tilslaget	13
KONKLUSION	17
LITTERATUR	18
BILAG	

PROJEKTETS IDÉ

Den friske betons bearbejdelighed og den hærdnede betons styrke hører til betonens nøgleegenskaber. Det er derfor helt nødvendigt, at man er i stand til at styre dem ordentligt.

For givne materialer afhænger bearbejdeligheden især af forholdet mellem frit vand og faste materialer og styrken især af forholdet mellem frit vand og cement. En del af betonens samlede vandindhold vil som oftest være absorberet i tilslaget, og man kan derfor kun få pålideligt kendskab til det frie vand, hvis man har et pålideligt tal for tilslagets absorption.

Den standardiserede prøvningsmetode er beskrevet i [1]. Metoden kræver, at det undersøgte materiale bringes i vandmættet, overfladetør tilstand, hvad der erfaringsmæssigt er en noget usikker operation, især da for sand.

Foranlediget af nogle tvivlsomme måleværdier i betonlaboratoriet har andre muligheder for bestemmelse af absorptionen været overvejet. Mest nærliggende forekommer en fugtmekanisk tilgang; men med de porestørrelser, der optræder i (danske) tilslagsmaterialer, er denne vej desværre ikke fremkommelig.

Da endemålet er en bedre styring af bearbejdelighed og styrke, virker det logisk at søge absorptionen fastlagt via målinger af disse egenskaber.

Via bearbejdeligheden?

Umiddelbart ville målinger på den friske beton være at foretrække, da de dels er simple, dels giver hurtigt svar. Blandt de gængse matematiske modeller for bearbejdeligheden er såvel Popovics' formel som den eksponentielle konsistensligning nogenlunde simple, og de udviser begge rimelig overensstemmelse med virkeligheden.

Popovics' formel angives gerne på formen

$$\frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{y_2}{y_1} \right)^q$$

hvor V = vandindhold
 y = et konsistensmål (sætmål, vebetal etc.)

Det tilsvarende funktionsudtryk lyder

$$V = py^q$$

Til brug ved regressionsanalyse kan formelen mest hensigtsmæssigt opskrives på logaritmisk form, dvs.

$$\ln V = \ln p + q \ln y$$

Det her indgående V er det frie vand, dvs. forskellen mellem det totale vandindhold V_t , der umiddelbart kan måles, og den søgte absorberede vandmængde V_a , altså

$$V = V_t - V_a$$

Som formelen er opbygget, kan parametrene p , q og V_a imidlertid ikke på håndterbar måde fastlægges ved mindste kvadraters metode.

Den eksponentielle konsistensligning kan udtrykkes

$$\ln \frac{y}{y_0} = k_y (1 + M) \cdot \frac{R_C}{R_V}$$

hvor $M = \frac{R_T}{R_C}$

R = absolut rumfang

$C \sim$ cement

$V \sim$ vand

$T \sim$ tilslag

Ligningen kan omskrives til

$$\ln y - \ln y_0 = k_y \cdot \frac{R_C + R_T}{R_V}$$

$$R_V (\ln y - \ln y_0) = k_y (R_C + R_T)$$

$$\frac{V}{\rho_V} (\ln y - \ln y_0) = k_y (R_C + R_T)$$

Som før er $V = V_t - V_a$, dvs.

$$(V_t - V_a) (\ln y - \ln y_0) = k_y (R_C + R_T) \rho_V$$

Heller ikke dette udtryk tillader en håndterbar bestemmelse af de indgående parametre, her V_a , y_0 og k_y , ved mindste kvadraters metode.

Via trykstyrken?

Den bedste matematiske model for trykstyrken er *Neppers formel*, ifølge hvilken

$$\ln f_c = A_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{t}} + A_2 \cdot \frac{v}{c} + A_3 \cdot \frac{1}{\sqrt{t}} \cdot \frac{v}{c} + A_4$$

For fastholdt t reduceres formelen til

$$\ln f_c = B_1 \cdot \frac{v}{c} + B_2$$

Betegner V og C den aktuelle betonblandings indhold af hhv. frit vand og cement, og indføres $V = V_t - V_a$, gælder altså

$$\ln f_c = B_1 \cdot \frac{V_t - V_a}{C} + B_2 = B_1 \cdot \frac{V_t}{C} - \frac{B_1 V_a}{C} + B_2$$

Benyttes som uafhængige variable

$$\frac{V_t}{C} \text{ og } \frac{1}{C}$$

bliver modellen lineær og således tilgængelig for en vanlig regressionsanalyse i to dimensioner.

FORSØGSOPBYGNING

Med henblik på afsløring af en eventuel afvigelse fra linearitet må der benyttes mindst 3 værdier af hver af de uafhængige variable. Med henblik på bedst mulig fastlæggelse af parametrene skal værdierne af de uafhængige variable vælges så ekstremt som muligt.

Gyldigheden af Neppers formel er kun eftervist med sikkerhed for v/c -forhold mellem 0,4 og 1,0. Pga. tilslagets absorption bliver V_t/C oftest lidt højere end v/c , og som værdier for V_t/C benyttes derfor

$$0,45 \quad 0,70 \quad 0,95$$

Ydergrænserne for $1/C$ fastlægges ud fra ydergrænserne for hhv. sætmål og V_t/C .

Delmaterialer

Som *bindemiddel* benyttes Lavalkali, Sulfabestandig Cement; der iblandes ingen mineralske tilsætninger.

Tilslaget sammensættes af bakkesand og søærtsten.

Der foretages *ikke* luftindblanding.

Vandindhold

Sætmålsprøven egner sig kun for betoner med sætmål mellem 10 og 150 mm. Naturligvis kan man udmærket fremstille både stivere og blødere betoner; men det vil være ønskeligt at holde den mulighed åben, at rimeligheden af det fundne resultat afslutningsvis vurderes vha. Popovics' formel eller den eksponentielle konsistensligning, hvorfor alle betonblandinger ønskes karakteriseret ved samme konsistensprøvningsmetode. Indledningsvis bestemmes derfor de to vandbehov, der svarer til sætmål på hhv. 10 og 150 mm.

For en "middelblanding" findes de to vandbehov (NB: svarende til totalt vandindhold) til 173 l/m^3 og 223 l/m^3 . Disse værdier benyttes som ydergrænser ved alle V_t/C , uagtet at forskellen i cementindhold så vil bevirke, at det opnåede konsistensinterval bliver forskelligt for de tre værdier af V_t/C .

Blandingsforhold

Den opstillede metode til analyse af resultaterne hviler på den forudsætning, at V_a er ens i samtlige forsøg. Hvert af de benyttede tilslagsmaterialer skal derfor indgå i samtlige recepter med samme (absolutte) mængde. Forskellen mellem betonblandingerne fremkommer så derved, at den givne tilslagsportion kombineres med forskellige mængder af cement og vand.

Det er indlysende, at den ene variable, nemlig V_t/C , kan styres helt tilfredsstillende. Men man kunne måske forestille sig, at brugen af $1/C$ som den anden uafhængige variable var betinget af, at fx satsstørrelsen var den samme i alle forsøgene. Reelt optræder denne variable imidlertid med den opgave at måle effekten på v/c af den "forsvundne" vandmængde V_a , og da denne størrelse i absolut mål er konstant fra blanding til blanding, uanset forskelle i disses volumen, er det også kun den absolutte cementmængde, der har betydning.

Et givet V_t/C fastlægger derfor i forening med de to ovennævnte vandbehov det laveste og det højeste cementindhold, der kan komme på tale. De heraf resulterende blandingsforhold fremgår af tabel 1.

Blanderecepter

Med fastholdt tilslagsmængde vil faktorkombinationen "lavt vandindhold" - "højt V_t/C " give mindst betonvolumen pr. sats. For denne faktorkombination udregnes en blanderecept pr. 35 l beton, og de herved fastlagte tilslagsmængder benyttes i samtlige recepter. Recepterne svarende til laveste og højeste værdi af cementindholdet for givet V_t/C baseres på tabel 1; det mellemste cementindhold er bestemt ved, at de reciprokke værdier af cementindholdet pr. sats lægges ækvidistant for givet V_t/C .

Blanderecepterne er vist i tabel 2.

Forsøgets formelle struktur

Den formelle forsøgsstruktur er illustreret i figur 1. Som det ses, vil det ikke være muligt at operere med samme værdier af $1/C$ for alle V_t/C , dersom denne sidste faktor skal dække et rimelig bredt interval. Forsøgsstrukturen kan derfor ikke indrettes, så de uafhængige variable bliver ukorrelerede. Dette er naturligvis ikke nogen principiel hindring for at gennemføre regressionsanalysen; men den bliver i væsentlig grad besværliggjort.

FORSØGSAFVIKLING

Der består altid en vis risiko for, at utilsigtede virkninger misfarver resultaterne. En bestemt kategori af sådanne virkninger kan imidlertid modvirkes gennem en velovervejnet tilrettelæggelse af forsøgenes tidsmæssige afvikling.

Ved længere tids lagring vil cementen uundgåeligt blive en smule forringet, og generelt bør en forsøgsserie derfor gennemføres inden for så kort en periode som muligt.

I takt med at forsøgene skrider frem, vil der opbygges en vis øvelse (positivt), men denne rutine kan samtidig bevirke, at opmærksomheden slækkes (negativt).

V _t /C →		0,45				0,70				0,95			
Cementindhold →		L		H		L		H		L		H	
Komponent ↓	ρ (kg/l)	kg/m ³	l/m ³	kg/m ³	l/m ³	kg/m ³	l/m ³	kg/m ³	l/m ³	kg/m ³	l/m ³	kg/m ³	l/m ³
Cement	3,15	384	122	496	157	247	78	319	101	182	58	235	75
Vand	1,00	173	173	223	223	173	173	223	223	173	173	223	223
Luft	-	0	21	0	18	0	19	0	15	0	19	0	17
Betongrus	2,60	894	} 684	787	} 602	954	} 730	864	} 661	981	} 750	896	} 685
Ærtesten	2,63	894		787		954		864		981		896	
Beton	-	2345	1000	2293	1000	2328	1000	2270	1000	2317	1000	2250	1000

Tabel 1. Blandingsforhold (teoretisk sammensætning pr. m³ beton) svarende til laveste og højeste cementindhold for givet V_t/C og baseret på *tørre* tilslagsmaterialer og *totalt* vandindhold.

De anførte værdier for tilslagsmaterialernes ρ er således ρ₁, som er beregnet ud fra leverandørens oplysninger om ρ_{ssd} og w_a på følgende måde :

$$\rho_1 (1 - p) = \rho_d \cdot 1$$

$$\rho_1 \left(1 - \frac{w_a \rho_d}{\rho_w} \right) = \rho_d$$

$$\rho_1 = \frac{\rho_d \rho_w}{\rho_w - w_a \rho_d} = \frac{\frac{\rho_{ssd}}{1 + w_a} \rho_w}{\rho_w - w_a \frac{\rho_{ssd}}{1 + w_a}} = \frac{\rho_{ssd} \rho_w}{(1 + w_a) \rho_w - w_a \rho_{ssd}}$$

For betongruset er opgivet ρ_{ssd} = 2520 kg/m³ og w_a = 0,02, hvoraf ρ₁ = 2599 kg/m³

For ærtestenene er opgivet ρ_{ssd} = 2590 kg/m³ og w_a = 0,009, hvoraf ρ₁ = 2628 kg/m³

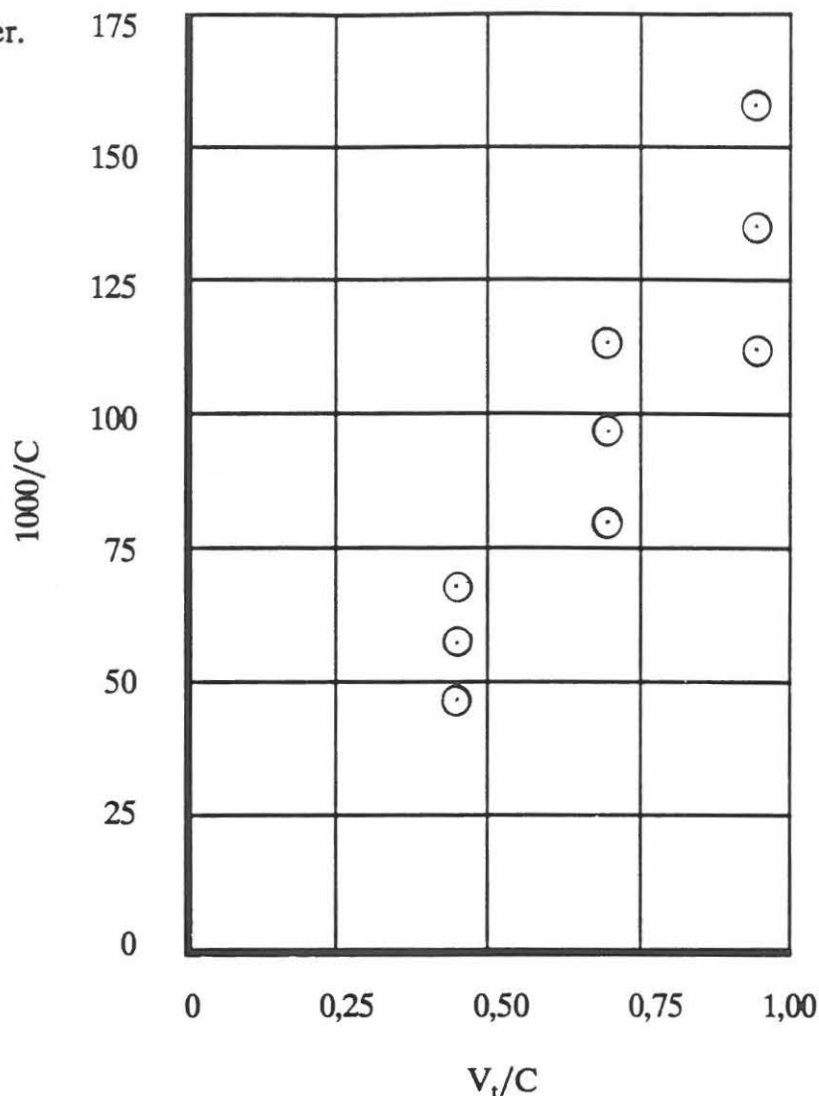
De anførte værdier for mængden af indkapslet luft er skønnet ud fra målinger på prøveblandingerne.

Blanding nr. →	7	5	3	6	1	8	2	9	4
V _t /C →	0,45	0,45	0,45	0,70	0,70	0,70	0,95	0,95	0,95
l/C →	0,0684	0,0576	0,0467	0,1135	0,0967	0,0798	0,1584	0,1354	0,1123
Cement	14,62	17,38	21,41	8,81	10,35	12,54	6,31	7,39	8,91
Vand	6,58	7,82	9,63	6,17	7,24	8,78	6,00	7,02	8,46
Betongrus	34,00	34,00	34,00	34,00	34,00	34,00	34,00	34,00	34,00
Ærtesten	34,00	34,00	34,00	34,00	34,00	34,00	34,00	34,00	34,00

Tabel 2. Blanderecepter i kg pr. sats, baseret på
 - *tørre* tilslagsmaterialer
 - *totalt* vandindhold

Figur 1. Faktorkombinationer.

C angiver cementindholdet i kg/sats.
Satsstørrelsen varierer fra 35 til 43 L.



Uanset hvilken af de nævnte tendenser der bliver fremherskende, vil man ved passende valg af forsøgenes rækkefølge kunne eliminere den del af en forstyrrende indflydelse, som ændrer sig lineært med forsøgsnummeret. Tallene øverst i tabel 2 angiver en nummerering af forsøgene, som imødekommer dette hensyn.

Den enkelte blanding fremstilles efter recepten og i overensstemmelse med laboratoriets sædvanlige procedurer. Sætmålet bestemmes, og der støbes 4 stk. 150 x 300 mm. cylindre til trykstyrkebestemmelse.

Som bilag 1 og 2 medfølger de særlige blanketter, der er benyttet til notering af resultaterne for hhv. den friske og den hærtnede beton.

RESULTATER

Resultaterne af sætmålsbestemmelserne fremgår af tabel 3, de målte styrker af tabel 4.

Den formodede model for resultaterne er som tidligere anført

Tabel 3. Sætmål
i mm.

$V_t \backslash V_t/C$	0,45	0,70	0,95
173 l/m ³	9	8	6
195 l/m ³	47	56	18
223 l/m ³	149	151	112

V_t/C	0,45			0,70			0,95		
1000/C	68,4	57,6	46,7	113,5	96,7	79,8	158,4	135,4	112,3
f_c	51,10	55,97	59,00	36,36	33,90	35,04	20,36	21,10	21,45
	53,42	52,23	58,21	37,97	34,58	36,84	21,45	20,54	20,93
	57,78	55,63	59,99	35,42	33,73	36,74	20,65	19,52	20,42
	53,16	55,57	57,41	38,89	32,71	35,27	20,70	20,82	21,51
\bar{f}_c	53,87	54,85	58,65	35,91	33,73	35,97	20,79	20,50	21,08

Tabel 4. Styrkeresultater i MN/m²

$\ln \bar{f}_c$	3,987	4,005	4,072	3,581	3,518	3,583	3,035	3,020	3,048
-----------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

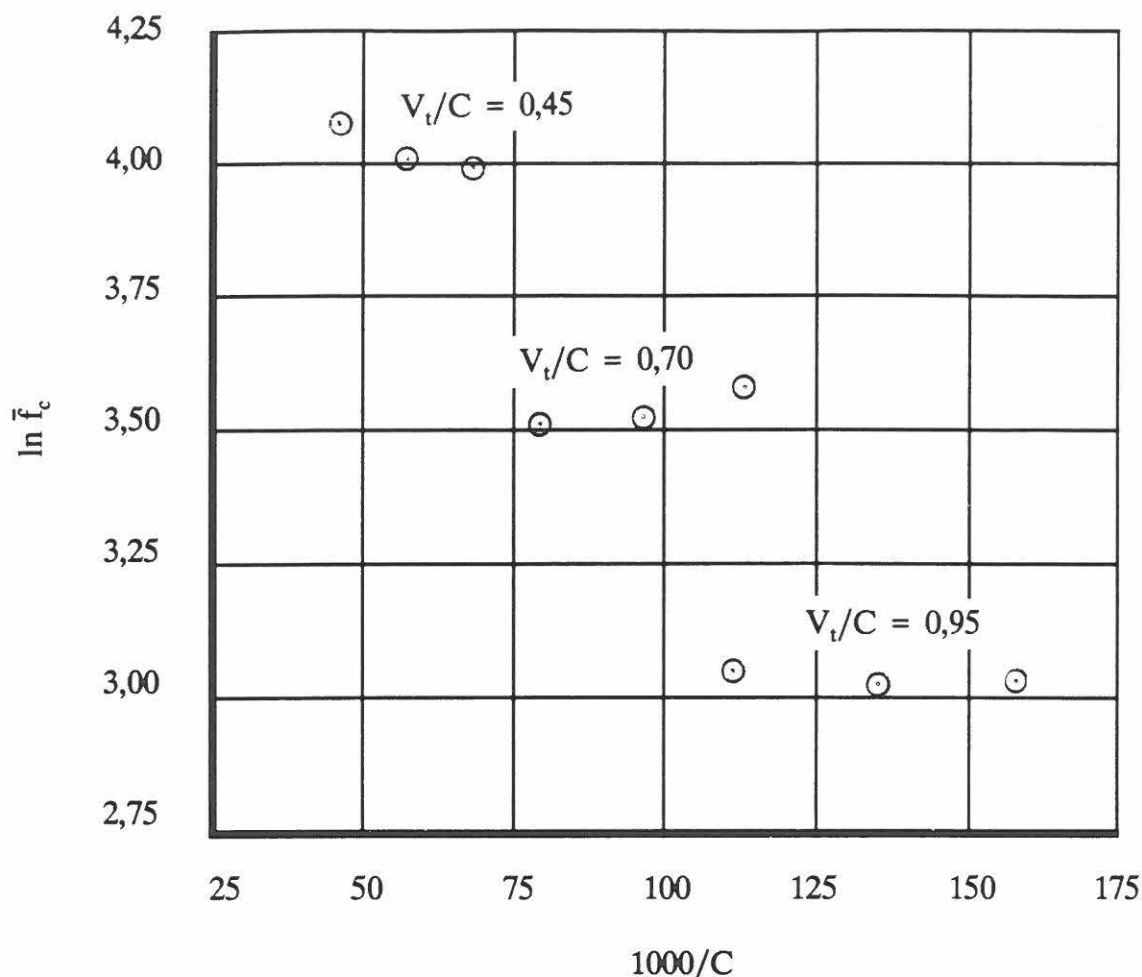
Tabel 4a. Tillæg til tabel 4.

$$\ln f_c = B_1 \cdot \frac{V_t}{C} - B_1 V_a \cdot \frac{1}{C} + B_2$$

Ønsker man en første anskueliggørelse af resultaterne i en todimensional optegning, kan $\ln \bar{f}_c$ afbildes som funktion enten af V_t/C for fastholdt $1/C$ eller af $1/C$ for fastholdt V_t/C . I begge tilfælde skal der i henhold til modellen fremkomme en række parallelle rette linier. Som forsøget er opbygget, giver det imidlertid ikke rigtig nogen mening at tale om fastholdt $1/C$, og resultaterne plottes derfor ind i et $\ln \bar{f}_c$ - $1/C$ -diagram. Som grundlag herfor er som tillæg til tabel 4 udregnet $\ln \bar{f}_c$ (tabel 4a); selve diagrammet er vist som figur 2.

Figuren viser, at det vil være omsonst at forsøge at indlægge tre parallelle, rette linier svarende til hver af de tre punktgrupper. Ja, muligvis kunne der ikke påvises signifikant afvigelse fra vandrette linier, men den hertil svarende absorption $V_a = 0$ kan på forhånd lades ude af betragtning.

Det er således ikke lykkedes, at få den systematiske indflydelse fra cementindholdet frem i styrkeresultaterne. Den kunne naturligvis tænkes at være druknet i den generelle - betydelige - forsøgsusikkerhed. Som det fremgår af den senere analyse, er der imidlertid mere perspektiv i en anden tolkning. Men som resultaterne umiddelbart fremtræder, kan



Figur 2. Styrkeresultaterne i form af $\ln \bar{f}_c$ afbildet i afhængighed af $1/C$ og grupperet efter V_t/C .

man uden videre inddrage bidraget fra den absolutte værdi af cementindhold i den tilfældige variation, således at kun styrkens afhængighed af v/c bliver tilbage. Figuren viser, at den lineære sammenhæng, som modellen postulerer, tilfredsstilles af forsøgsresultaterne (v/c -værdierne er ækvivalente ligesom de mellemste $1/C$ -værdier er det).

På den foreliggende baggrund må det anses for formålsløst af gennemføre regressionsanalysen som påtænkt.

FRIERE ANALYSE AF RESULTATERNE

Mulighederne for at analysere de opnåede resultater med henblik på dokumenterede konklusioner er udtømt.

Dette rækker imidlertid ikke ved, at den oprindelige idé forekommer sund i sit princip. Spørgsmålet er, om forsøgene kan justeres, så metoden kan bruges i praksis. Med det sigte at udnytte de indhøstede erfaringer bedst muligt som grundlag for videre forsøg er i det følgende foretaget en friere bearbejdning af forsøgsresultaterne.

Resultaterne udviser tilsammen et mønster, der ikke harmonerer med veletableret viden og sund fornuft. Den eneste enkle forklaring er den, at betonens vandindhold

ikke er, som man tror. Da det tilsatte vand naturligvis kendes præcist, må altså tilslagets bidrag til vandindholdet være fejlvurderet. I første række vil mistanken rettes mod proceduren til bestemmelse af w ; men også opsugningshastigheden og tilslagets i det hele meget ubestemte evne til at medføre frit vand kan spille ind.

Tager man imidlertid som udgangspunkt

- at sætmålet i det omhandlede konsistensinterval er et ganske følsomt mål for (ændringer i) betonblandings indhold af frit vand
- at tiden fra bestemmelse af sætmålet til afsluttet udstøbning af cylindrene til styrkemåling er så kort, at den i tilslaget opsugede vandmængde ikke når at ændre sig nævneværdigt
- at trykstyrken er et pålideligt mål for forholdet mellem frit vand og cement og
- at cementindholdet kendes sikkert

kan man opstille nedenstående ræsonnement.

I den foreliggende sammenhæng udtrykkes styrken til en given termin mest hensigtsmæssigt ved Bolomeys formel

$$\bar{f}_c = K \left(\frac{c}{v} - \alpha \right)$$

og relationen mellem vandindhold og sætmål ved den eksponentielle konsistensligning

$$\ln \frac{y}{y_0} = k_y (1 + M) \frac{R_c}{R_v} = k_y (1 + M) \frac{c}{v} \cdot \frac{\rho_v}{\rho_c}$$

I det aktuelle konsistensområde gælder [2]

$$k_y (1 + M) = \begin{cases} k_c + m_{AB} \cdot M & \text{for "små" værdier af } M \\ m_{BF} \cdot M & \text{for "middelstore" værdier af } M \end{cases}$$

For "middelstore" M fås således

$$\frac{c}{v} = \frac{\rho_c}{\rho_v} \cdot \frac{1}{m_{BF}} \cdot \frac{1}{M} \cdot \ln \frac{y}{y_0}$$

der indsat i Bolomeys formel giver

$$\bar{f}_c = K \left(\frac{\rho_c}{\rho_v} \cdot \frac{1}{m_{BF}} \cdot \frac{1}{M} \cdot \ln \frac{y}{y_0} - \alpha \right)$$

$$\bar{f}_c = K_1 \cdot \frac{1}{M} (\ln y - \ln y_0) - K_2$$

$$\frac{M}{K_1} (\bar{f}_c + K_2) = z - z_0$$

Forsøg nr.	Sætmål y (mm)	Styrke \bar{f}_c (MN/m ²)	x_1 = M	x_2 = M \bar{f}_c	z = ln y
1	56	33,73	8,22	277,22	4,025
2	6	20,79	13,48	280,27	1,792
3	149	58,65	* 3,97	233,02	5,004
4	112	21,08	9,55	201,25	4,719
5	47	54,85	* 4,89	268,46	3,850
6	8	35,91	9,66	346,73	2,079
7	9	53,87	* 5,82	313,44	2,197
8	151	35,97	6,78	244,00	5,017
9	18	20,50	11,51	235,98	2,890

Tabel 5. Måleresultater og afledte variable.

$$M = \frac{R_T}{R_c} = \rho_c \cdot \frac{R_T}{C} = \rho_c \cdot \frac{\sum_i T_i / \rho_{T_i}}{C}$$

Da T her svarer til tørre materialer, er $\rho_T = \rho_d = \rho_{\text{sat}} / (1 + w_s)$

For betongruset fås $\rho_d = 2520 / (1 + 0,02) = 2471 \text{ kg/m}^3$

For ærtestenene fås $\rho_d = 2590 (1 + 0,009) = 2567 \text{ kg/m}^3$

dvs. $\sum(T_i / \rho_{T_i}) = 34,00 / 2,471 + 34,00 / 2,567 = 27,00 \text{ l/sats}$

hvoraf $M = 3,15 \cdot 27,00 / C = 85,06 / C$

* markerer, at M må skønnes at være "lille", således at de pågældende værdier ikke kan analyseres sammen med de øvrige.

$$z = b_1 x_1 + b_2 x_2 + z_0$$

hvor

$$\begin{aligned} x_1 &= M \\ x_2 &= M \bar{f}_c \\ z &= \ln y \end{aligned}$$

Når de uafhængige variable vælges som anført, bliver udtrykket altså lineært, således at resultaterne kan behandles ved lineær regression i to dimensioner.

Sætmålet i afhængighed af tilslags/cement-forhold og trykstyrke

Måleresultaterne og de enkelte blandingers M-værdier fremgår af tabel 5. På grundlag heraf er beregnet de afledte variable x_2 og z, der ligeledes er anført i tabellen. Med den aktuelle maksimalkornstørrelse på 16 mm □ vil grænsen mellem "små" og "middelstore" værdier af M formentlig ligge omkring 6 - måske lidt over. Måleresultaterne svarede til $M < 6$ kan dermed ikke antages at følge den opstillede regressionsmodel og er udeladt i den videre talbehandling. De således udeladte værdier er i tabel 5 markeret med *.

I overensstemmelse med sædvanlig praksis [3] opskrives den empiriske regressionsligning som

$$z = a + b_1 (x_1 - \bar{x}_1) + b_2 (x_2 - \bar{x}_2)$$

S_{x_1}	=	59,2000	\bar{x}_1	=	9,87
SK_{x_1}	=	612,2454	SAK_{x_1}	=	28,1387
S_{x_2}	=	1585,4500	\bar{x}_2	=	264,24
SK_{x_2}	=	431348,0171	SAK_{x_2}	=	12406,0666
S_z	=	20,5220	\bar{z}	=	3,420
SK_z	=	79,5255	SAK_z	=	9,3334
$SP_{x_1x_2}$	=	15698,5871	$SAP_{x_1x_2}$	=	55,4804
SP_{x_1z}	=	189,6704	SAP_{x_1z}	=	-12,8133
SP_{x_2z}	=	5194,7350	SAP_{x_2z}	=	-228,0325
D	=	$SAK_{x_1} \cdot SAK_{x_2} - (SAP_{x_1x_2})^2$	=	346012,51	
D_{b_1}	=	$SAP_{x_1z} \cdot SAK_{x_2} - SAP_{x_2z} \cdot SAP_{x_1x_2}$	=	-146311,32	
D_{b_2}	=	$SAK_{x_1} \cdot SAP_{x_2z} - SAP_{x_1x_2} \cdot SAP_{x_1z}$	=	-5705,65	

Tabel 6. Summer mv svarende til de variable i tabel 5. Værdier markeret med * er udeladt af beregningerne.

hvorefter a bestemmes som

$$a = \bar{z}$$

medens b 'erne er bestemt ved ligningssystemet

$$b_1 SAK_{x_1} + b_2 SAP_{x_1x_2} = SAP_{x_1z}$$

$$b_1 SAP_{x_1x_2} + b_2 SAK_{x_2} = SAP_{x_2z}$$

En oversigt over de af de relevante observationer beregnede summer m.v. er vist i tabel 6.

Tabel 7. Talværdier for den naturlige logaritme af sætmålet beregnet efter regressionsligningen (\hat{z}) og af de målte værdier (z).

Forsøg nr.	\hat{z}	z
1	3,904	4,025
2	1,629	1,792
4	4,595	4,719
6	2,148	2,079
8	5,060	5,017
9	3,193	2,890

Herudfra findes

$$a = 3,420$$

$$b_1 = -0,4228$$

$$b_2 = -0,0165$$

Regressionsligningen kommer således til at lyde

$$z = 3,420 - 0,4228 (x_1 - 9,87) - 0,0165 (x_2 - 264,24)$$

$$z = 11,953 - 0,4228 x_1 - 0,0165 x_2$$

For de forsøg, der indgår i analysen, er z -værdierne efter regressionsligningen og de z -værdier, der kan beregnes direkte af måleresultaterne, sammenstillet i tabel 7 og figur 3. Punkterne fordeler sig naturligvis om halveringslinien som "bedste rette linie" - det er simpelthen en konsekvens af den måde, abscisseværdierne er fremkommet på - men optegningen giver anledning til to vigtige observationer : For det første giver afvigelserne fra halveringslinien indtryk af at være helt tilfældige, dvs. den lineære model virker særdeles rimelig. For det andet forekommer restvariationen omkring linien usædvanlig beskeden for et betonproblem. Dette sidste kan tages som et udtryk for, at de opstillede antagelser har god bund i virkeligheden.

Alt i alt giver analysen således støtte for, at der gælder den i regressionsligningen formulerede relation. Med de oprindelige symboler kan sætmålets afhængighed af tilslags/cement - forhold og styrke altså udtrykkes ved

$$\ln y = 11,953 - 0,4228 M - 0,0165 M \bar{f}_c$$

$$\ln \frac{y}{155282} = -0,0165 M (\bar{f}_c + 25,62)$$

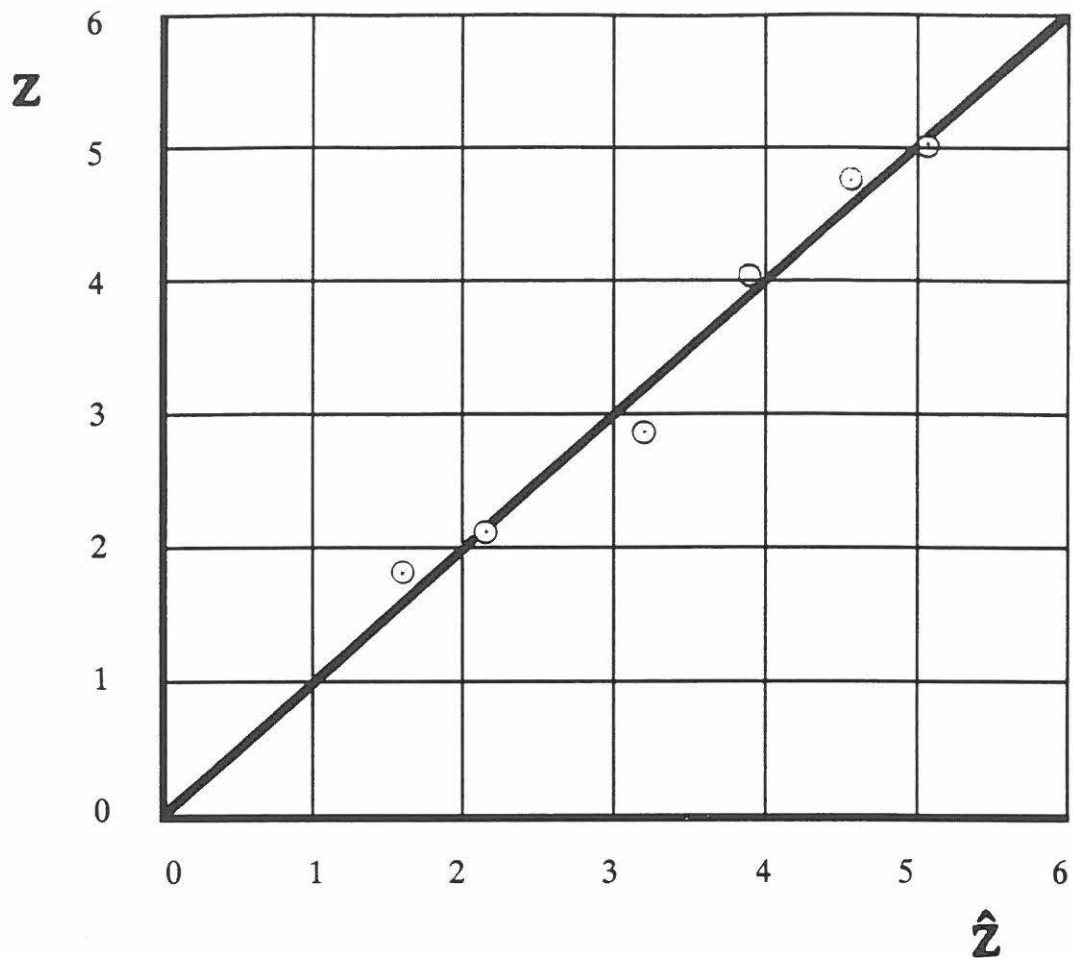
Overslagsmæssig beregning af vandabsorptionen i tilslaget

Ved sammenligning med det tidligere opskrevne udtryk

$$\ln \frac{y}{y_0} = \frac{\rho_v}{\rho_c} \cdot m_{BF} \cdot M \cdot \frac{C}{V}$$

ses at

$$\frac{\rho_v}{\rho_c} \cdot m_{BF} \cdot M \cdot \frac{C}{V} = -0,0165 M (\bar{f}_c + 25,62)$$



Figur 3. Optegning af værdierne i tabel 7.

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{\rho_v}{\rho_c} \cdot m_{BF} \cdot C \cdot \frac{1}{-0,0165(\bar{f}_c + 25,62)} \\
 &= -\frac{19,24 C}{\bar{f}_c + 25,62} \cdot m_{BF} \\
 &= \xi \cdot m_{BF}
 \end{aligned}$$

idet

$$\xi = -\frac{19,24 C}{\bar{f}_c + 25,62}$$

Indføres $V = V_t - V_a$, fås

$$V_t - V_a = \xi \cdot m_{BF}$$

$$V_t = m_{BF} \cdot \xi + V_a$$

Ved afbildning af V_t som funktion af ξ skal der altså fremkomme en ret linie. Liniens hældning er m_{BF} , og dens afskæring på V_t -aksen er den vandmængde, der er absorberet i det samlede tilslag i en betonsats.

Forsøg nr.	C	\bar{f}_c	ξ	V_t
1	10,35	33,73	-3,355	7,24
2	6,31	20,79	-2,616	6,00
4	8,91	21,08	-3,671	8,46
6	8,81	35,91	-2,755	6,17
8	12,54	35,97	-3,917	8,78
9	7,39	20,50	-3,083	7,02

Tabel 8. Beregnede værdier af ξ og afmålt totalt vandindhold iht. recepterne i tabel 2.

For de forsøg, der kommer i betragtning ("middelstore" værdier af M), er sammenhørende værdier af beregnet ξ og afmålt V_t anført i tabel 8 og på diagramform i figur 4, der tillige viser bedste rette linie efter mindste kvadraters metode. Denne linie har ligningen

$$V_t = -2,218 \xi + 0,108$$

Det bedste skøn over absorptionen er således $V_a = 0,108$ kg pr. sats. Denne værdi er imidlertid ifølge sagens natur behæftet med usikkerhed, og hvis ikke de efterfølgende vurderinger skal blive alt for svævende, må der sættes tal på usikkerheden. I den foreliggende sammenhæng er konfidensgrænser anset for det mest hensigtsmæssige mål herfor.

Til brug ved beregning af konfidensgrænser opskrives udtrykket for V_t på formen

$$V_t = m_{MF}(\xi - \bar{\xi}) + \bar{V}_t$$

Indføres betegnelsen

$$\text{Var}[V_t | \xi] = \sigma^2$$

gælder

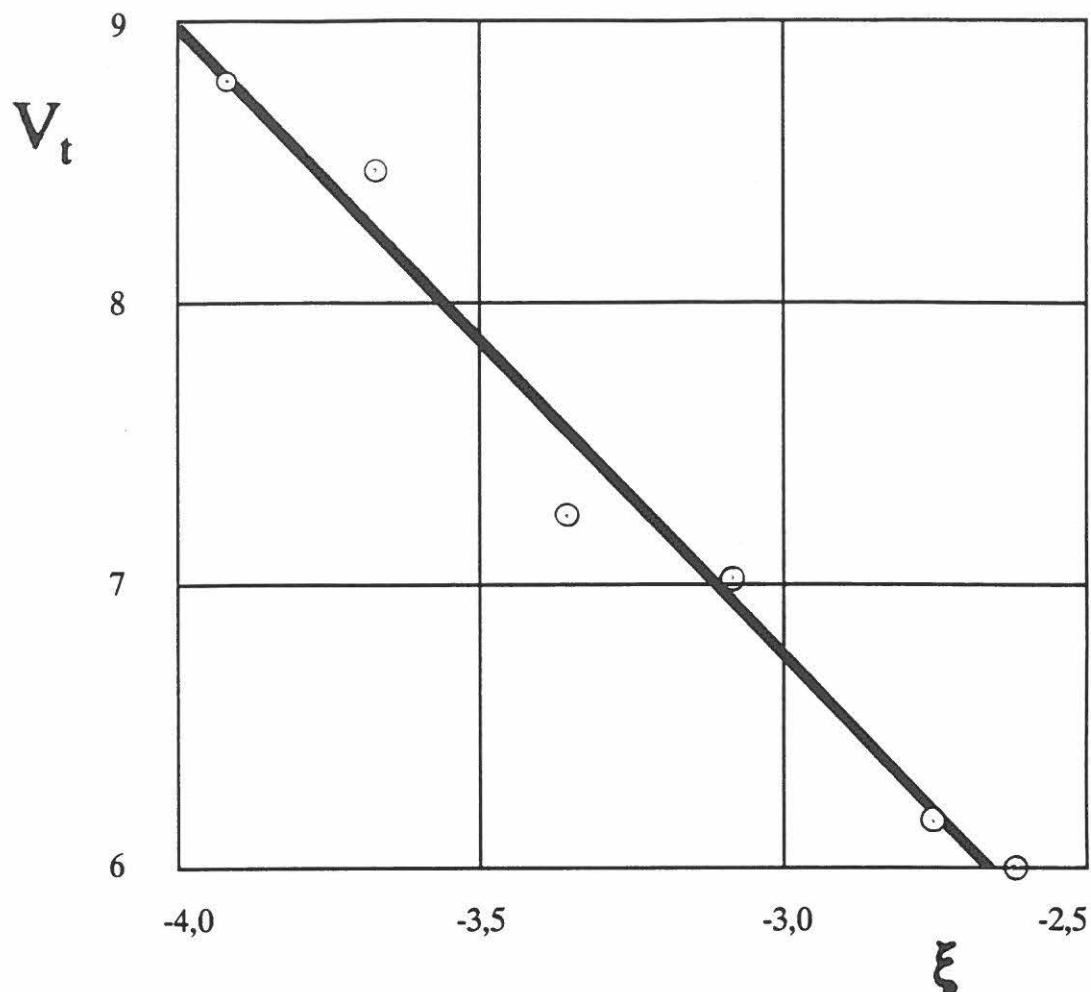
$$\text{Var}[\bar{V}_t] = \frac{1}{n} \cdot \sigma^2$$

$$\text{Var}[m_{BF}] = \frac{1}{\text{SAK}_\xi} \cdot \sigma^2$$

Heraf beregnes

$$\text{Var}[V_t] = \left(\frac{(\xi - \bar{\xi})^2}{\text{SAK}_\xi} + \frac{1}{n} \right) \cdot \sigma^2$$

Ved beregning af konfidensgrænser erstattes σ^2 med estimatet s_R^2 , og 95 % - konfidensgrænserne for V_t bliver da



Figur 4. Optegning af værdierne i tabel 8 og den dertil svarende "bedste rette linie" fundet ved lineær regression.

$$m_{BF}(\xi - \bar{\xi}) + \bar{V}_t \pm t_{0,975}(n-2) s_R \sqrt{\frac{(\xi - \bar{\xi})^2}{SAK_{\xi}} + \frac{1}{n}}$$

S_R^2 beregnes af

$$s_R^2 = \frac{1}{n-2} \left(SAK_{V_t} - \frac{SAP_{\xi V_t}^2}{SAK_{\xi}} \right)$$

Summer mv er udregnet i tabel 9, og på grundlag heraf findes

$$s_R = 0,1975$$

Idet $t_{0,975}(4) = 2,776$, findes for $\xi = 0$ konfidensgrænserne

$$0,108 \pm 2,776 \cdot 0,1975 \sqrt{\frac{3,233^2}{1,3063} + \frac{1}{6}} = \left\{ \begin{array}{l} 1,675 \\ [-1,459] \end{array} \right.$$

S_{v_t}	=	43,67	\bar{V}_t	=	7,278
SK_{v_t}	=	324,4269	SAK_{v_t}	=	6,5821
S_{ξ}	=	-19,3970	$\bar{\xi}$	=	-3,233
SK_{ξ}	=	64,0135	SAK_{ξ}	=	1,3063
$SP_{\xi v_t}$	=	-144,0751	$SAP_{\xi v_t}$	=	-2,8973

Tabel 9. Summer mv svarende til de variable i tabel 8.

En negativ absorption er naturligvis uden mening. Der kunne derfor være grund til at operere med et ikke-symmetrisk konfidensinterval, men i betragtning af beregningernes overslagsmæssige karakter ville det nok være at skyde over målet. Med den valgte konfidensgrad konkluderes da, at den sande værdi af absorptionen ligger mellem 0 og 1.7 kg vand pr. 68,00 kg (tørt) tilslag med den givne sammensætning. Svarende til "bedste skøn" over den absorberede vandmængde findes

$$w_a = \frac{0,108}{68,00} \cdot 100 \% \approx 0,2 \%$$

Den øvre konfidensgrænse findes tilsvarende til 2,5 %. Det vægtede gennemsnit af de fra tilslagsleverandøren opgivne værdier er $0,5 \cdot 2 + 0,5 \cdot 0,9 = 1,5 \%$.

Den her udførte beregning er langt mindre direkte end den, forsøget bygger op til. Desuden er usikkerheden på resultatet uforholdsmæssig stor pga. den formodede afvigelse mellem det tilstræbte og det faktiske vandindhold (ukorrekt hældning på linien, alt for stor restvariation omkring linien). Trods dette er resultatet absolut rimeligt. Der er således ikke noget holdepunkt for at afvise den grundlæggende idé.

KONKLUSION

Forsøget er bygget op med henblik på lineær regression af $\ln \bar{f}_c$ i forhold til V_{total}/C og $1/C$. Det fremgår imidlertid umiddelbart af resultaterne, at en sådan analyse vil være formålsløs.

Ud fra den hypotese, at det faktiske vandindhold ikke i alle tilfælde stemmer overens med det tilstræbte, er foretaget en vidergående analyse, hvor resultatet ikke påvirkes i nær samme grad af en sådan fejl. Denne analyse taler ubetinget til gunst for projektets grundlæggende idé.

LITTERATUR

- [1] DS 405.2 "Prøvningsmetoder for sand-, grus- og stenmaterialer. Densitet og absorption". Dansk Standardiseringsråd, 1978.
- [2] Treval C. Powers : "The Properties of Fresh Concrete". New York/London/-
Sidney/Toronto, John Wiley & Sons, 1968.
- [3] A. Hald : "Statistiske Metoder". København, Akademisk Forlag, 1968.

Projekt:		TILSLAGSMATERIALERS ABSORPTION	
Blanding nr.		Tilslagsmaterialer - sand: - sten:	
v/c =	1/C =		

Blanderecept		kg pr. sats baseret på	
Komponent		tørt tilslag	tilslag med foreliggende vandindhold
Cement type:			
Sand			
Sten			
Vand			

Vand i tilslag		Sand	Sten
Masse af fugtig prøve	(g)		
Masse af tør prøve	(g)		
Vandindhold w	(%)		
Masse af vand i tilslag	(kg pr. sats)		

Blanding	Blandetid, tør min.	Vand tilsat den kl.	Blandetid, vådt min.
----------	------------------------	------------------------	-------------------------

Sætmål
mm

ADH 1989

Udstøbning	Cylinderforme nr.			
afsluttet kl.				

Projekt		TILSLAGSMATERIALERS ABSORPTION
Blanding nr.		Tilslagsmaterialer - sand - sten
v/c =	1/C =	

Prøvelegemer				
udstøbt		den		
afformet og anbragt i vandbad		den		
trykprøvet		den		
Cylinderform nr.				
Masse i luft m_1	(kg)			
Masse under vand m_4	(kg)			
Densitet ρ_1	(kg/m ³)			
Diameter d_1	(mm)			
d_2	(mm)			
\bar{d}	(mm)			

Trykprøvning				
Lastpåføringshastighed		kN/s		
Prøvningen påbegyndt		kl.		
Prøvningen afsluttet		kl.		
Brudlast	(kN)			
Styrke	(MN/m ²)			
Styrkegennemsnit	(MN/m ²)			

